

CARLO FELICE MANARA

Ricordo di Oscar Chisini

Estratto dai
« Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano »
Vol. LVII (1987)

Atti del Convegno di Geometria



TIPOGRAFIA FUSI - PAVIA

7/1989

CARLO FELICE MANARA

Ricordo di Oscar Chisini

Estratto dai
« Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano »
Vol. LVII (1987)

Atti del Convegno di Geometria



TIPOGRAFIA FUSI - PAVIA

7/1989

CARLO FELICE MANARA

Università di Milano

RICORDO DI OSCAR CHISINI

SUNTO. — Viene rievocata la figura di Oscar Chisini, attraverso la sua opera; in particolare si mostra come da quest'ultima traspaiano le singolari qualità della mente di Chisini, nel processo di creazione e di critica.

1. - Ho già avuto occasione di parlare e di scrivere di OSCAR CHISINI, e della Sua figura di uomo e di scienziato; altri hanno scritto sulle sue ricerche e sulla loro importanza.

Torno a parlare di Lui con grande commozione, e con gratitudine per chi mi consente, ancora una volta, di testimoniare l'affetto e l'ammirazione per un Maestro da cui tanto ho ricevuto. Tuttavia non voglio ripetere ora quanto è già stato detto, oppure cedere alla tentazione della aneddottica spicciola, che avrebbe forse significato soltanto per coloro che l'hanno conosciuto direttamente nei suoi momenti migliori. Vorrei invece profittare della singolare fortuna che ho avuto di essergli spesso accanto nei momenti creativi per meditare sul significato della scienza che egli ha coltivato ad alto livello. Penso infatti che il vedere, anche in modo esteriore e sommario, come crea la mente di un matematico degno di questo nome possa servire per capire un po' meglio che cosa sia la nostra scienza.

Non starò dunque a ripetere le documentazioni ed i ricordi che sono stati presentati in modo migliore di quello che io possa oggi presentare.

Vorrei invece concentrare la mia attenzione e richiamare quella dei miei ascoltatori su certi aspetti della personalità di Chisini che ci possono illuminare allo scopo di cui ho detto. Si potrebbe forse pensare che questa mia rievocazione si riduca più ad un cumulo di osservazioni sparse, che pretendono di avere un valore psicologico, ma hanno un taglio decisamente dilettantesco, piuttosto che la seria valutazione di un'opera scientifica. Ma — ripeto — io ritengo che il soffermarsi su certi aspetti della creazione scientifica, e l'osser-

vare il lavoro di una mente di alto livello, sia molto importante per la comprensione del pensiero matematico, e forse anche del pensiero scientifico in generale.

Ripeto che faccio ciò per poter forse anche capire meglio il significato e la natura di una scienza come la Matematica; una scienza la cui definizione appariva, in tempi classici, chiara ed inequivocabile, ma che oggi ha assunto tanti compiti ed ha preso tanti aspetti da rendere perplessi coloro che aspirano alla chiarezza ed alla trasparenza assoluta, qualità che sono sempre state considerate tipiche della Matematica; è forse bene quindi mettere in evidenza anche le caratteristiche di creatività e di inventiva necessarie per coltivare seriamente la nostra scienza; qualità queste non sempre conosciute ed apprezzate da coloro che non conoscono la Matematica dall'interno.

2. - E' per me praticamente impossibile ricordare i filosofi, anche solo i principali, che hanno esercitato le loro capacità di riflessione e di analisi sulla Matematica: mi manca il tempo e soprattutto mi manca la competenza. Mi si affacciano alla mente tanti nomi, da Platone a Husserl, da Leibnitz a Russell, da Pascal a Kant ed a Hegel, che non oso avventurarmi in un censimento, anche sommario. Forse più recente invece è l'analisi non tanto del significato epistemologico della Matematica ma piuttosto quella del processo mentale del matematico. A questo proposito potrei ricordare, per esempio, l'interessante volume di Hadamard (egli stesso matematico di rilievo) sulla psicologia della invenzione matematica. Ma preferisco soffermarmi, per ragioni che si vedranno subito, sulla celebre conferenza tenuta da Henri Poincaré al Congresso di matematici di Parigi, nel 1900.

In questa conferenza Poincaré disse, tra l'altro:

« E' impossibile studiare le opere dei grandi matematici (e del resto anche quelle dei piccoli), senza notare due tendenze opposte, o piuttosto due spiriti del tutto diversi. Gli uni sono preoccupati della logica; a leggere i loro lavori si direbbe che hanno camminato soltanto passo passo, con il metodo di un Vauban, che spinge i suoi trinceramenti contro una piazzaforte senza lasciare nulla al caso; gli altri si lasciano guidare dalla intuizione, e fanno delle conquiste rapide ed improvvise, ma talvolta precarie, come dei cavalleggeri d'avanguardia. Non è la materia trattata che impone l'uno o l'altro metodo. Anche se i primi vengono chiamati spesso analisti e gli

altri vengono chiamati geometri, ciò non impedisce che i primi restino analisti anche quando non fanno dell'analisi matematica pura. E' la natura stessa della loro intelligenza che li rende logici oppure intuitivi, e non si possono spogliare della loro natura quando studiano un argomento nuovo ».

E poco sotto lo stesso Poincaré aggiungeva :

« Poncelet era uno degli spiriti più intuitivi di questo secolo (il XIX). Lo era con passione, quasi con ostentazione ».

In altra occasione ed in altra sede, ho citato queste parole di Poincaré a proposito della intelligenza e dell'opera di Federigo Enriques; ed ho scritto che lo stesso Enriques mi appariva come il rappresentante tipico di questa configurazione mentale. A proposito di Oscar Chisini vorrei aggiungere qualche cosa in più; infatti mi pare di poter dire che Egli dimostrava quella capacità di creazione e di intuizione che Poincaré assimilava alle imprese di conquista dei cavalleggeri, ma possedeva anche una profonda capacità di critica — come vedremo — che gli evitava i pericoli di quelle che lo stesso Poincaré indicava come « conquiste precarie ».

Ritorniamo in seguito su questo argomento, e vorrei invece ora soffermarmi un poco sull'incontro di Chisini con Federigo Enriques, incontro che si potrebbe ben dire di importanza capitale per Chisini. Infatti Enriques era dotato in modo sommo di intelligenza creativa, e, insieme a questa, possedeva la curiosità umana, l'interesse per il fatto intellettuale, la partecipazione profonda e vissuta di ogni avventura di ricerca. Ne fa fede per esempio il suo interesse per il pensiero scientifico greco; infatti, in ogni opera di Enriques che parla dei greci, mi par di vedere non soltanto la erudizione, ma anche il mettersi al loro posto, il condividere i loro interessi e la loro avventura.

Orbene, a proposito di Enriques, mi pare di poter dire che l'opera di Chisini mi appare ammirabile per due ragioni, in certa misura opposte; queste sono anzitutto la influenza grandissima che Enriques ebbe sul pensiero di Chisini e d'altro canto il distacco che Chisini operò, forse senza neppure rendersi conto, dalla strada che il suo maestro aveva tracciato e dal solco che aveva scavato.

Anzitutto vorrei dire della influenza del pensiero di Enriques. Mi accade più volte di udire da Chisini il giudizio secondo il quale la geometria algebrica dopo Enriques era profondamente diversa da quella di prima; effettivamente l'apporto di Enriques è in certa mi-

sura non sostituibile, anche solo se pensiamo alla teorizzazione della geometria sopra una curva ed alla sua estensione alla geometria su una superficie algebrica.

Non posso qui esaurire l'analisi della influenza che il pensiero matematico di Enriques esercitò sull'opera di Chisini, anche perchè io penso che la personalità di Chisini abbia influenzato in parte anche quella di Enriques; questo fatto si coglie per esempio nella redazione dell'opera monumentale « Teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche »; opera che Chisini, con noi suoi allievi, citava spesso con la espressione « Il librone ». Espressione che, nella sua psicologia a volte non sempre semplice, voleva affettuosamente indicare in certo modo forse la fatica che gli era costata e la importanza culturale innegabile che essa aveva avuto nella sua vita.

Si può invero criticare il « Librone » da molti punti di vista; è comprensibile, ed è anche umano. La critica infatti non sempre deve necessariamente essere demolizione: essa può e deve essere anzitutto valutazione, presa di coscienza esplicita di certe circostanze e soprattutto dei punti di partenza, delle cose che gli autori forse davano per scontate ma che tali non erano o che almeno avrebbero dovuto essere chiaramente enunciate come tali. Si potrebbe osservare che ogni scienziato ha un patrimonio di idee di partenza, accettate e poste a fondamento della propria opera; e che la grandezza dello scienziato sta spesso nella capacità di rendersi conto di queste idee, di valutarle e di pesarle, di passarle al vaglio del giudizio critico; e ciò non sempre per ripudiarle, ma per quella onestà intellettuale caratteristica dei grandi spiriti, che li porta a porsi chiaramente di fronte ai problemi ed a prendere coscienza anche dei propri limiti. Tuttavia non si può negare che l'opera sia di grandissima importanza.

Orbene l'evoluzione del rapporto tra i due autori del « Librone » si può rilevare nella differenza del carattere tra i diversi volumi, col passare del tempo: solenni e quasi altisonanti i primi, con frequentissimi richiami storici e con affermazioni di principio e di metodo tendenti alla generalità; più concreti gli ultimi due, con soluzioni dirette ed originali di problemi esistenti sulla ribalta nell'epoca. Si consideri per esempio la trattazione del « General principio topologico di corrispondenza » che si trova nel III volume e che è dovuta a Chisini. Ivi si trova quella concretezza che è tipica dell'uomo, quella ricerca della « visibilità » che fu uno dei motivi fondamentali, ed anche forse uno dei suoi limiti nella ricerca. Sap-

priamo infatti che i risultati conseguiti da Chisini sono stati generalizzati ed enunciati in maniera formalmente ineccepibile per casi molto più generali di quelli da lui considerati. Ma rimane la validità del metodo critico, che non accetta la generalizzazione « selvaggia » e per ciò stesso priva di senso di chi crede di aver conquistato grandi spazi alla scienza per il solo fatto di aver guardato fuori dalla finestra della sua camera.

Nel IV volume dell'opera poi è visibilissima la prevalenza dello stile espositivo di Chisini e della sua originale rielaborazione di argomenti anche classici, come avviene, per esempio nei paragrafi dedicati alla presentazione delle funzioni abeliane partendo dalle trasformazioni delle curve e nei paragrafi dedicati alla esposizione del problema di inversione.

3. - Abbiamo detto brevemente e sommariamente dell'incontro di Chisini con Enriques, e della influenza inarrestabile che la personalità spiccatissima del maestro ha esercitato su Chisini, come l'ha esercitata su tutti coloro che l'hanno incontrato o hanno lavorato con lui. Vorrei ora tentare di mettere in evidenza certe caratteristiche con le quali la personalità di Chisini si è in qualche modo distaccata da quella di Enriques, scegliendo una propria strada originale.

Lungo questa strada mi pare di poter individuare sostanzialmente tre aspetti della fisionomia intellettuale di Chisini, aspetti che, in modo sommario e rudimentale, vorrei presentare con le frasi seguenti: la vivezza della fantasia, intesa come immaginazione spaziale, la capacità di intuire e cogliere le analogie tra situazioni diverse e di generalizzare, ed infine il senso critico inesorabile e radicale.

Di quest'ultima, cioè della diffidenza di fronte ad ogni ragionamento formale e ad ogni acrobazia algoritmica, si potrebbero portare molte testimonianze; le quali tuttavia hanno lo svantaggio di avere il carattere della trasmissione orale della sapienza, perchè sono di tipo negativo; cioè sono tali da costituire delle regole di comportamento limitative, e quindi non possono essere positivamente documentate da opere scritte o demandate ai posteri. Esse tuttavia costituiscono un prezioso patrimonio di metodologia, anche se il denominarle come tali avrebbe provocato in Chisini una tipica reazione di diffidenza nei riguardi di ogni sistemazione teorica astratta.

Ricordo, per esempio, la tecnica con cui egli leggeva le opere che doveva per qualche ragione giudicare. Insofferente di ogni in-

dugio ed intollerante della argomentazione formale e verbale egli andava prima e direttamente alle conclusioni (quando esistevano), e poi criticava direttamente queste ultime cercando un controesempio. Ciò faceva anche con i lavori che noi suoi allievi gli portavamo da esaminare, rifiutandosi spesso di seguire le nostre argomentazioni per giudicare direttamente sulla validità delle conclusioni.

Cercherò di presentare le caratteristiche di cui ho detto traendo dalla mia memoria certi episodi che mi sembrano tipici; tuttavia mi pare di poter dire che in ognuno di essi si trovano mescolati tutti gli aspetti della personalità intellettuale di Chisini, anche se alcuni degli aspetti che ho cercato di enumerare emergono più in uno che nell'altro.

4. - Anzitutto vorrei mettere in evidenza il ruolo della fantasia creatrice e della immaginazione nella ricerca. Tra i tanti sintomi di questo aspetto della fisionomia mentale di Chisini vorrei ricordare qui la sua predilezione per quelle che egli chiamava le « teorie peripatetiche ». Questa sua predilezione aveva radici lontane nel tempo ed era certamente stata favorita dalla frequentazione del suo maestro Federigo Enriques. Ricordo che egli mi raccontò diverse volte il metodo con il quale vennero scritti i primi volumi di quell'opera monumentale di cui abbiamo già detto sopra, e che egli chiamava confidenzialmente « Il librone ». I primi due volumi di quest'opera vennero scritti quando i due Autori vivevano entrambi a Bologna; e raccontava Chisini che i vari paragrafi venivano progettati appunto in forma peripatetica, passeggiando sotto i portici di Bologna; una Bologna del tutto diversa da quella di oggi, ed il cui aspetto noi possiamo soltanto immaginare, leggendo le cronache ed i romanzi che la descrivono. Orbene diceva appunto Chisini che in questo modo vennero concepiti anche i paragrafi che contengono dei calcoli di complicazione non indifferente, come quelli del secondo volume che riguardano l'analisi delle singolarità delle curve algebriche piane. Al massimo — raccontava Chisini — Enriques si arrestava per scrivere per terra con la punta dell'ombrello qualche formula assolutamente indispensabile.

I risultati di queste discussioni e di queste invenzioni venivano in seguito messi sulla carta dal giovane allievo, che tuttavia aveva così modo di imparare uno stile di ricerca che gli era del resto particolarmente congeniale. Il Chisini, divenuto a sua volta professore e maestro, portò quindi sempre nel seguito della sua vita questa predilezione per il pensare camminando e per la costruzione teorica

che, nel suo momento creativo, si nutre prevalentemente dalla immaginazione. Ma l'aspetto più interessante di questa rivisitazione di una frequentazione costante è costituito dal fatto che la immaginazione era sempre controllata da una critica ferrea, che nulla concedeva alla approssimazione ed alle idee sfumate.

Vorrei osservare che questo lavoro con la immaginazione e il successivo controllo della critica si presentano presso Chisini con aspetti diversi, e in varie occasioni; analizzandole, potremo renderci conto del fatto che, da caso a caso, l'intervento della immaginazione, della fantasia creatrice e della critica hanno dei pesi diversi; ma in ogni caso si giunge a risultati di grande eleganza e di estrema originalità.

Un primo esempio può essere dato da quella « Teoria peripatetica delle coniche » che egli scrisse per il Periodico di Matematiche. In questo caso si potrebbe dire che l'intervento della immaginazione permette a Chisini di rendere particolarmente evidenti le proposizioni, ed il suo temperamento critico gli fa scegliere la strada che tocca i punti veramente importanti, e fondamentali per il possesso della intera teoria; di questa dunque viene presentato lo scheletro portante, quello che innerva e sostiene tutta la massa di proposizioni che costituiscono la teoria completa.

Un secondo esempio potrebbe essere dato dalla dimostrazione, pure « peripatetica », del teorema fondamentale dell'Algebra. In questo caso la procedura seguita rivela, oltre alla vivezza della immaginazione ed alla originalità della invenzione, un'altra caratteristica della fisionomia intellettuale di Chisini, caratteristica di cui abbiamo detto e sulla quale dovremo soffermarci anche nel seguito: la sua predilezione per la tecnica che consiste nel considerare un caso particolare, spesso addirittura — come vedremo — un caso limite, ed a giungere alla dimostrazione completa con un opportuno procedimento di generalizzazione.

Nei due casi considerati la immaginazione ha una parte molto importante, ma, per così dire, ha come oggetto sempre degli enti esistenti, almeno di quella esistenza di cui godono gli enti della Matematica. Ancora più interessanti sono i casi in cui i risultati vengono divinati partendo da immagini per così dire convenzionali, dalle quali tuttavia Chisini sapeva trarre partito per giungere alla scoperta di nuove relazioni e di nuove verità. Per chiarire il mio pensiero vorrei ricordare ciò che egli diceva a proposito della utilizzazione delle figure per rappresentare le curve algebriche. Come è noto, l'ente « curva algebrica », almeno nella concezione classica,

non può essere descritto completamente con un disegno, che rappresenti un esemplare di « curva » nel senso elementare del termine; una rappresentazione molto più fedele si potrebbe ottenere per esempio con una superficie, la classica « riemanniana ». Tuttavia mi è capitato di ascoltare talvolta un tentativo di giustificazione dell'impiego delle figure tradizionali, giustificazione che molto probabilmente era il risultato di analisi e discussioni che erano avvenute tra Chisini ed Enriques, i quali si erano evidentemente posti il problema del significato della rappresentazione e della sua legittimità; ovviamente in relazione alle eventuali conseguenze che qualcuno fosse tentato di trarre partendo da queste rappresentazioni. La conclusione a cui erano giunti, riconoscendo la ovvia limitatezza della rappresentazione, era che la inaspettata efficacia — in alcuni casi — delle convenzioni che si adottano è dovuta al fatto che le funzioni algebriche, di cui tratta la Geometria algebrica, sono funzioni monogene secondo Cauchy; in altre parole cioè sono bensì funzioni complesse, ma hanno una unica derivata; così come la « curva », nel senso tradizionale ed elementare del termine, ha una unica tangente, almeno nei suoi punti regolari.

Questa preoccupazione critica ricorda quella frase di D. Hilbert il quale affermava che « le figure sono delle formule disegnate », quasi per riaffermare la legittimità delle deduzioni che partono dalla intuizione spaziale, di fronte alla tendenza che vorrebbe riservare il carattere di rigore alle sole deduzioni ottenute in base a formule. Teoria la quale mi fa talvolta pensare che alcuni di questi metodologi e critici boccerebbero anche Euclide, Apollonio ed Archimede, se avessero occasione di giudicarli con il loro metro.

Un altro esempio abbastanza interessante di questa intuizione, che parte da rappresentazioni in parte convenzionali per giungere a risultati validi, è costituito — a mio parere — dalla dimostrazione che Chisini dava del classico teorema di Mehmke-Segre sulla invarianza proiettiva del rapporto dei raggi di curvatura di due curve piane tangenti fra loro in un punto. Egli basava infatti la sua dimostrazione, sempre « peripatetica », su considerazioni di questo tipo: considerando, nel punto in oggetto, insieme con le due curve date, anche una curva cuspidata ed una curva con flesso, le trasformazioni proiettive mutano in sè queste due ultime curve; pertanto, guardando alle curvature locali come a coordinate proiettive, le trasformazioni lineari mutano in sè l'elemento zero e l'elemento infinito di queste coordinate; quindi devono lasciare immutato il rapporto

tra due curvature generiche, come afferma appunto il teorema di Mehmke.

In questo caso io penso che l'attribuire la curvatura infinita alla curva dotata di cuspidi nel punto possa derivare dalla analisi delle singolarità con rami lineari e con « punti satelliti », che sono anche stati rappresentati con diagrammi convenzionali. Ma da questa rappresentazione convenzionale la immaginazione e la creatività di Chisini partivano per intuire nuovi rapporti concettuali; i quali tuttavia non venivano accettati in base alle figure o alle rappresentazioni, ma venivano poi accertati rigorosamente in base ai calcoli ed alle deduzioni ineccepibili.

5. - Abbiamo toccato poco fa uno degli aspetti della mentalità di ricerca di Chisini, e cioè la capacità di generalizzare, di « leggere » (per così dire) il generale nel particolare, cogliendo in questo il germe e la radice per la validità generale delle proposizioni e trascurando invece ciò che è contingente e specifico del particolare. Io penso che sia stata questa sua mentalità ad ispirare il suo atteggiamento anche nella didattica. Per esempio mi sono spesso domandato perchè egli presentasse la Geometria proiettiva non nelle linee della grande sintesi di K. K. von Staudt o anche in quelle del suo maestro F. Enriques, che aveva colmato le lacune logiche e cancellato i nei della trattazione del grande geometra tedesco; ma presentasse invece la materia secondo la visione dettata dal metodo di Poncelet, visione che mi pareva allora sprovvista di quella coerenza di metodo ed eleganza che invece si possono attribuire alle altre citate. Forse la spiegazione risiede proprio in questa mentalità di Chisini che lo portava all'essenziale, a cogliere le radici e — per così dire — i germi delle cose, ed i momenti che fanno scattare la intuizione generalizzatrice. Ho capito soltanto in seguito quella specie di affinità interiore che gli faceva preferire il cammino del geometra francese; abbiamo già ricordato il giudizio che H. Poincaré ha pronunciato su Poncelet, il quale possedeva in massimo grado quelle facoltà di intuizione e di creatività che Chisini esercitava quotidianamente. Non è un caso infatti che la Geometria proiettiva sia stata creata, per così dire, dal nulla, quando il Poncelet era prigioniero in Russia e nella impossibilità di accedere alle fonti della cultura matematica del suo tempo. Personalmente mi sentirei di ripetere per Chisini un giudizio che lo classifica tra gli intuitivi con passione ed anche — come diceva Poincaré — con ostentazione; invero Chisini creava abitualmente senza consultare il pensiero degli

altri, per una sorta di moto spontaneo che scaturiva dall'interno della sua mente, senza che fosse necessario lo stimolo fornito dall'ascolto degli altri.

Ho già parlato della sua predilezione per il metodo di Poncelet, cioè per le procedure che gli permettessero di « leggere » le proprietà generali nei casi particolari, o nei casi limite, permettendogli così la massima economia di pensiero e consentendogli quelle verifiche immediate che erano richieste dal suo spirito critico e che sono difficili o complicate, e quindi poco « visibili », nei casi generali e negli enunciati generici.

Pertanto noi incontriamo nei suoi lavori il frequente uso dei casi limite, delle curve degeneri, magari in parti multiple. In queste procedure, che costituiscono spesso delle vere e proprie acrobazie intellettuali, si manifestava in pieno anche il suo istinto critico. Parlo di istinto perchè è chiaro che con procedimenti di questo tipo l'errore è a portata di mano e costituisce un pericolo costante e presente ad ogni passo. Ma egli mi parlava spesso di quello che B. Pascal chiamava « esprit de finesse », contrapponendolo allo « esprit de géométrie ». Ed effettivamente egli dimostrava di possedere in sommo grado questo « esprit de finesse » che gli permetteva di vedere le cose, come per un intuito profondo e quasi inconscio, indipendentemente dal ragionamento rigoroso e pedantesco.

Direi che possedeva una « presa » sulla realtà delle cose e sulla loro verità che è consentita forse soltanto a pochi eletti, e che li porta a « vedere » le cose, a giungere alla conclusione con un salto, molto prima che arrivi il gregge delle persone comuni, che non possono volare, ma che debbono invece limitarsi a camminare e ad arrampicarsi, spesso penosamente.

E tuttavia il suo « esprit de finesse » lo custodiva dagli abbagli, e gli impediva di cadere negli errori.

In questo clima mentale penso che siano nate tutte quelle ricerche che portarono Chisini alla costruzione delle « trecce » di Artin che portano il suo nome. Egli inventò questa rappresentazione, presentandola anzitutto come una convenzione per rendere visibili le sole circostanze importanti ed interessanti ai fini della determinazione del gruppo di Poincaré del piano proiettivo complesso tagliato di cui diremo. Egli si preoccupò in seguito di far vedere che questa rappresentazione non è del tutto arbitraria e convenzionale, ma che si può considerare ottenuta proiettando, nello spazio tridimensionale, certe sottovarietà opportunamente scelte della superficie di Riemann. Ed in questa clausola, che ricorda la scelta opportuna degli enti da

rendere « visibili », sta tutta la genialità di Chisini, che aveva scelto quasi per istinto le sole cose che importasse conoscere, ovviamente ai fini delle sue ricerche.

6. - Abbiamo detto della fantasia creatrice e della intuizione generalizzatrice; ma abbiamo anche parlato dello « esprit de finesse », di quell'istinto critico che egli possedeva pure in modo superlativo. Era questo istinto critico che forse lo portava anche a diffidare di un certo tipo di generalità che egli giudicava come falsa ed inutile. Ricordo per esempio il suo giudizio poco benevolo su questo atteggiamento, espresso in occasione della lettura di un lavoro di questo tipo. Chisini, secondo la sua abitudine, voleva « vedere » il significato dei teoremi; pertanto aveva « tradotto » il teorema, enunciato per uno spazio di dimensione qualunque, cercando una immagine per $n=2$, cioè nel piano, ed aveva immediatamente verificato che l'enunciato non era valido in quel caso. Dal che traeva naturalmente conferma alla sua diffidenza per la magniloquenza delle presentazioni che maschera la povertà dei risultati.

Ciò era del resto coerente anche con il suo atteggiamento nei riguardi del pensiero degli altri: infatti egli era impaziente delle lunghe argomentazioni, perchè temeva che nella catena dei teoremi e delle deduzioni si nascondesse qualche crepa, e sapeva bene che questa, anche piccola, avrebbe potuto inficiare la stabilità di una costruzione, anche monumentale. Egli soleva dire infatti che con tanti ragionamenti « quasi giusti » si dimostra qualunque cosa: di conseguenza — come abbiamo visto — egli prediligeva i ragionamenti « peripatetici », cioè di quelli che si possono controllare e soppesare anche passeggiando, e che non richiedono grandi apparati di calcolo. Ricordo ancora ciò che avvenne quando dovette giudicare un lavoro di un concorrente ad un concorso. Lo stesso lavoro era stato ovviamente letto e giudicato anche dagli altri commissari; ed a questo proposito Chisini mi diceva che gli altri avevano letto tutto il lavoro del concorrente ed avevano, presto o tardi, trovato il punto in cui il ragionamento di questi non si reggeva; il lavoro non era lungo, ma, nella mentalità di Chisini, la sua lettura era giudicata particolarmente « noiosa »; pertanto egli mi diceva di essere andato direttamente all'ultima pagina, di aver letto la proposizione conclusiva, e di aver costruito un controesempio; il che gli bastava per un giudizio negativo, senza essere costretto a seguire passo passo le argomentazioni altrui.

Occorre aggiungere che la costruzione del controesempio era facile soltanto per una persona come lui, cioè ad una mente e ad una fantasia particolarmente creative. Per gli altri invece risultava molto più facile seguire pazientemente le argomentazioni; ma egli non si rendeva conto del fatto che la sua mente poteva arrivare con un salto alle conclusioni, che invece per molti altri dovevano essere conseguite con un lungo e penoso cammino.

7. - Siamo giunti a presentare quella parte del lavoro creativo di Chisini che a me sembra più caratteristica, se non la più importante, delle sue ricerche. Precisamente le ricerche riguardanti i teoremi di esistenza delle funzioni algebriche di più variabili. La sua intuizione, confortata dalla ferrea critica, gli aveva mostrato che il punto fondamentale del problema è costituito dal passaggio dalla dimensione 1 alla dimensione 2. Infatti nel caso delle funzioni algebriche di una sola variabile esistono delle argomentazioni classiche sulla esistenza di certe funzioni algebriche, sotto la condizione che siano assegnati i loro punti di diramazione; pertanto il teorema di esistenza di quelle che venivano abitualmente chiamate le « rette multiple » sono noti, e soprattutto garantiscono la esistenza — in generale — di diverse funzioni algebriche, quando sia assegnato il gruppo dei punti di diramazione. E' noto che questo risultato si ricollega strettamente alla struttura topologica della sfera di Neumann, privata di un certo numero di punti. Al di là del caso banale della funzione algebrica a due valori, si dimostra che, purchè i punti del gruppo suddetto siano in numero pari, esistono in generale varie rette multiple birazionalmente diverse tra loro, le quali corrispondono a varie superfici di Riemann di genere diverso.

La funzione algebrica di più variabili, di fronte a questo problema di esistenza, presenta delle difficoltà del tutto nuove, già nel caso in cui le variabili indipendenti siano due, cioè nel caso in cui si abbia a che fare con quello che viene indicato come « piano multiplo ». In questo caso esiste un luogo algebrico, che è la « curva di diramazione » del piano multiplo. Salvo il caso del tutto elementare della funzione algebrica a due valori, cioè del piano doppio, la curva di diramazione deve soddisfare a certe condizioni necessarie che riguardano i suoi caratteri plückeriani e ad altre condizioni che sostanzialmente determinano il gruppo di Poincaré del piano proiettivo complesso dal quale sono stati tolti i punti della curva di diramazione.

Già F. Enriques aveva espresso certe condizioni necessarie perchè una data curva algebrica piana fosse curva di diramazione per un piano multiplo. E Chisini proseguì le ricerche del maestro nella direzione che lo conduceva a ricercare le condizioni sufficienti, cioè i teoremi di esistenza veri e propri.

Chisini intuì anzitutto che la problematica relativa alla dimostrazione dei teoremi di esistenza in questo caso doveva essere molto complessa e difficile; ricordo che ad una mia domanda, abbastanza ingenua, sulle cause di queste difficoltà egli rispose dicendo che « ci sono troppi legami », forse facendo riferimento alle condizioni precisate da Enriques. Ma — come ho già detto — Chisini intuì che le vere difficoltà si incontrano nel passaggio da una a due dimensioni, e che pertanto il problema veramente difficile e duro era quello di garantire la esistenza dei piani multipli, fondandosi sui caratteri della curva di diramazione.

Mi diceva che era giunto allo studio di queste questioni studiando la degenerazione dell'involuppo di piani di una superficie che, variando con continuità nel campo complesso, viene ad acquistare una curva doppia; il problema analogo si pone nel piano quando una curva, variando in un sistema la cui curva generica è irriducibile, viene a spezzarsi, acquistando una parte doppia. In questo caso l'involuppo aderente degenera in un modo che attirò la curiosità di Chisini (come egli mi diceva) ed avviò la sua attenzione allo studio delle degenerazioni del contorno apparente di una superficie e quindi, per contiguità quasi naturale, allo studio delle condizioni di esistenza delle funzioni algebriche di due variabili.

Penso che così sia incominciato l'insieme di lavori e di attività di ricerca e di creazione della sua maturità, attività in cui egli manifestò in pieno le qualità della sua intelligenza: la fantasia, la creatività, ma soprattutto lo spirito critico.

Invero la invenzione delle « trecce » porta la sigla della sua creatività; ma questa era continuamente tenuta a freno dal suo spirito critico, che lo conduceva ad ostinarsi nella costruzione di modelli materiali, a non accontentarsi dei disegni e delle formule; chi l'ha incontrato in quegli anni ricorda che una delle frasi più frequentemente ripetute era « ... non mi fido ». E questa diffidenza lo portava a voler costruire modelli tangibili e materiali, sui quali poter verificare la validità delle sue invenzioni.

Ed io penso che questa possa essere per noi anche una lezione di umiltà, oltre che la accettazione di quella razionalità e coerenza

del reale che costituisce il punto di partenza di ogni indagine scientifica.

Sarebbe troppo lungo elencare ora tutti i risultati che Chisini ottenne in queste sue ricerche, e quelli che furono conseguiti dai suoi allievi sotto la sua guida; a me sembra particolarmente importante quel teorema di unicità birazionale che — come ho detto — sottolinea la sostanziale differenza di questi problemi da altri che riguardano le funzioni algebriche di una variabile.

La mentalità con la quale egli ricercava si manifestò fino negli ultimi periodi della sua attività, con le ricerche che egli fece sulla rappresentazione delle singolarità delle curve come prodotto di sostituzioni: anche in questi suoi lavori infatti si incontra la sua inventiva e soprattutto la sua tendenza a « leggere » il generale nel caso particolare.

8. - Mi sono soffermato a mettere in luce la acutezza e la profondità dello spirito di critica e di autocritica di Chisini. Vorrei aggiungere che questo spirito si è reso evidente anche in campi estranei alla Geometria, ed a questo fine vorrei far riferimento ad alcuni episodi, che sembrano a prima vista non avere alcuna relazione tra loro, ma che hanno avuto origine ed occasione dal suo lavoro a pro' della scuola secondaria.

Il primo episodio è quello che condusse Chisini a quella analisi e precisazione del concetto statistico di media che è ancora oggi ricordata dai trattati di Statistica. Invero molti dei manuali, correnti all'epoca in cui Chisini si occupò del problema, riportavano una definizione di media di un insieme di valori numerici che viene ancor oggi attribuita a Cauchy e che parla semplicemente di « un valore compreso tra il massimo ed il minimo »; questa frase — a mio parere — si adatterebbe ad un qualunque valore intermedio, appartenente all'intervallo determinato appunto dal massimo e dal minimo, ma ovviamente non precisa una particolare media; quindi, accanto ed insieme ad essa, nei manuali venivano elencate varie medie, per esempio l'aritmetica, la geometrica, l'armonica ecc. la cui definizione era spesso presentata in modo tale da far pensare ad una completa arbitrarietà di scelta. Pare che Chisini abbia udito un candidato ad un esame di licenza pronunciare una definizione che non soddisfaceva il suo spirito di chiarezza e precisione; alla critica di Chisini pare che il candidato abbia risposto che ripeteva esattamente ciò che era scritto sul suo libro, circostanza che si rivelò vera. Dal controllo di quel libro e di altri manuali Chisini fu spinto a chiarire il concetto di media statistica, togliendo ad esso tutta l'ar-

bitrarietà apparente, e legandolo invece in modo preciso agli scopi di elaborazione delle informazioni che si vogliono ottenere.

Devo aggiungere che questa precisazione, per quanto acuta, non è sempre stata capita da tutti; infatti mi è capitato di consultare ancora oggi dei manuali di Statistica nei quali viene elencata una « media di Chisini », in coda a tutte le altre; si ottiene così l'impressione che egli abbia avuto l'intenzione di aggiungere un nuovo esemplare alla già numerosa fauna delle medie esistenti, mentre la sua intenzione era ovviamente quella di chiarire e semplificare, mettendo in luce gli elementi essenziali del concetto.

Un secondo episodio riguarda certe osservazioni che egli pubblicò sul « Periodico di Matematiche » a proposito del remo: infatti in alcuni libri di Fisica dell'epoca, a proposito delle macchine elementari ed in particolare della leva, si diceva che il remo è una « leva di secondo genere », secondo la classificazione classica; cioè una leva in cui la resistenza sta tra il fulcro e la potenza. Qualche libro presenta come tutta giustificazione una illustrazione con la relativa didascalia. Il che suscitò la giusta critica di Chisini, critica che egli fondava sostanzialmente su due ragioni: anzitutto sulla osservazione che l'autore di questo enunciato non aveva alcuna intuizione fisica, perchè è immediato verificare materialmente che, avvicinando la mano allo scalmò, lo sforzo da esercitare cresce. In secondo luogo egli giudicava con particolare severità gli errori sui libri dedicati alla scuola secondaria, perchè in tutta la sua carriera aveva sempre mirato a servire anche questo tipo di scuola. Cosa che non è troppo frequente tra gli universitari, alcuni dei quali si chiudono nella torre eburnea della ricerca scientifica e della scuola che essi considerano ad alto livello, e si interessano poco o nulla dei problemi didattici delle scuole di un livello che essi giudicano inferiore.

Ciò che ho detto or ora mi porta in modo quasi naturale a parlare della dedizione di Chisini alla didattica e del suo modo di insegnare.

Per quanto riguarda la prima, ricorderò che, sulle orme di Enriques, egli non trascurò mai il lavoro di aggiornamento e di formazione degli insegnanti di ogni ordine di scuola, anche in epoca in cui tale lavoro si chiamava semplicemente « preparazione ai concorsi », che allora venivano frequentemente banditi e non tanto blandamente giudicati.

In questo lavoro di formazione e nella sua didattica personale, in Università, egli portò la sua concezione della Geometria, e le doti

inconfondibili della sua intelligenza e del suo carattere. Ho seguito vari suoi corsi ed ho spesso verificato che egli metteva ogni volta qualcosa di suo, di nuovo e di inedito, anche negli argomenti più tradizionali e scontati. Di conseguenza i suoi corsi non erano facili da seguire, e ciò per varie ragioni. Anzitutto egli mirava, anche senza forse proporselo esplicitamente, a suscitare negli allievi il senso della scoperta, della appropriazione delle verità che egli enunciava e dimostrava. Inoltre nella esposizione delle teorie egli tendeva a presentare le cose essenziali, a dare i significati fondamentali dei teoremi, salvo ritornare in seguito, in una fase critica, ad additare le necessarie precauzioni e precisazioni.

Se mi è consentita una metafora forse ardata, il teorema non veniva presentato elegante e completo come una gemma levigata e legata, ma come una sorta di minerale grezzo, dal quale l'intuizione ed il lavoro dovevano far scaturire la gemma finale. Ma naturalmente occorre avere la sua intuizione per « vedere » quest'ultima nel minerale grezzo. Coerentemente con questa sua tecnica di esposizione, egli soleva insistere sulla necessità della presenza del maestro, la quale rende viva la materia che nei libri è esposta in forma levigata, completa e quasi cristallizzata; il maestro invece fa rivivere la nascita e la creazione della scienza. Altrimenti — aggiungeva — potremmo chiudere le scuole e fare una edizione nazionale dei trattati delle varie materie, scritti dai migliori specialisti di ogni ramo. Pertanto le sue lezioni non erano quelle esposizioni monumentali e togate che capita di ascoltare spesso, ma erano un continuo stimolo alla scoperta, alla invenzione ed alla critica, il che rendeva spesso abbastanza faticoso il prendere appunti, e più ancora il riordinarli. Come ho già detto a proposito del metodo di Poncelet, egli era portato a « leggere » i casi particolari nella massima generalità, il che lo portava talvolta a presupporre nei suoi ascoltatori delle doti di intuizione che non tutti avevano o trovavano comodo impiegare in quelle occasioni. Ma quando si era entrati nello spirito con il quale egli lavorava e presentava il suo lavoro, il camminare con lui era una esperienza affascinante ed esaltante. E non soltanto perchè ciò permetteva di contemplare una intelligenza eccezionale proprio nel momento creativo, ma anche perchè dava adito a conoscere il suo carattere ed il suo animo, mite e buono, anche se con una esteriore freddezza iniziale e spesso con battute paradossali inattese, ed in apparenza scostanti, cercava di difendere la propria innata e profonda timidezza.

9. - Potrei proseguire ancora a lungo, perchè la massa dei ricordi che si affacciano al mio animo cresce mentre parlo, invece di diminuire come sembrerebbe logico e ragionevole. Devo quindi impormi un limite, e ritornare al proposito che ho enunciato all'inizio di queste mie parole. Esse infatti miravano a ricordare il modo di lavoro di Chisini; pertanto il mio discorso non vorrebbe essere soltanto una raccolta di aneddoti o di curiosità inedite, ma un tentativo di analisi psicologica e di conseguenza anche metodologica, almeno per quanto concerne la creatività in Matematica.

Ovviamente non posso presumere di dire che cosa sia la Matematica, soprattutto quella di oggi; neppure oso tentare di dire che cosa sia in particolare la Geometria.

A questo proposito ricordo la prefazione di un trattato di un altro maestro che ebbi la fortuna di incontrare: Bruno Finzi. All'inizio del suo trattato di Meccanica Razionale Finzi scrive che nei tempi andati si soleva iniziare un trattato della sua scienza dicendo che «... la Meccanica razionale è...» e qui una serie di proposizioni che non erano false, prese in sè, ma che la critica odierna non accetta più nella loro totalità. Aggiungeva Finzi: diciamo al lettore di questo libro: ciò che ivi è contenuto è Meccanica razionale, ma esistono altri argomenti, che sono afferenti alla stessa branca della Matematica, e che non sono contenuti in questo trattato.

Vorrei che mi fosse concesso di parafrasare queste parole di B. Finzi dicendo, a proposito della Geometria, che ho cercato di presentarvi un Geometra che io ritengo di alto livello (e che comunque mi è stato caro) nei momenti più significativi della sua opera creativa.

E' noto che la Geometria è stata considerata, almeno in qualche suo aspetto, come «... il primo capitolo della fisica». E forse per i Greci, al primo nascere di questa scienza, la definizione può essere giudicata più aderente al vero di quanto non lo sia per noi. Infatti si potrebbe dire che al suo nascere come scienza razionale, la Geometria si è presentata come una sistemazione razionale delle nostre esperienze riguardanti il nostro vivere in relazione agli oggetti che ci circondano, e le nostre manipolazioni ed operazioni su di essi. Ed il concetto di sistemazione razionale implica quella struttura classica che noi conosciamo: enunciazione delle proprietà considerate come «evidenti», e deduzione rigorosa di quelle considerate come più riposte, la cui validità tuttavia era fondata soltanto su quella, ammessa, dei principi enunciati.

Pertanto in questa concezione la Geometria ci si presenta come una dottrina che prende le sue origini dalle esperienze concrete; tuttavia nulla vieta che essa si avvalga della fantasia per le sue costruzioni concettuali. Ma soprattutto essa deve fondarsi sulla logica per le sue deduzioni ineccepibili.

E' facile osservare che, secoli dopo la scienza greca, lo stesso schema mentale e metodologico, nella ideazione e nella esposizione, viene riprodotto nelle indagini newtoniane dei principi della Meccanica razionale, se pure su un campo molto più vasto di quello coltivato dalla Geometria tradizionale.

E' da osservarsi tuttavia che questo atteggiamento intellettuale, tipico della mentalità dei Greci, non limita la costruzione teorica al solo servizio della conoscenza del reale sensibile: per esempio, presso i Greci le indagini geometriche sono sfociate nella problematica logica e filosofica del continuo, problematica di cui i celebri paradossi (di Achille, del moto, ecc.) possono essere considerati dei sintomi. Sintomi che rivelano il conflitto difficile e perennemente rinascente tra l'immaginazione e le necessità del rigore fondato sulla deduzione logica. Problematica che rinascerà nel Secolo XVII, all'epoca della invenzione del calcolo infinitesimale, e che si trascinerà nei secoli successivi, come è provato per esempio dalle ricerche riguardanti il continuo geometrico che ancora provocarono polemiche, alla fine del secolo XIX.

Alcune recenti correnti psicopedagogiche vorrebbero forse ridurre la Geometria a un puro tracciamento di figure, tracciamento magari eseguito con strumenti sofisticatissimi; chi difende queste posizioni dimentica forse ciò che già diceva Platone, che non aveva strumenti elettronici, ma che certo disponeva di una intelligenza eccezionale.

Diceva infatti Platone che l'oggetto delle ricerche del geometra non sono le figure che egli traccia sulla sabbia, ma i concetti che esse rappresentano. A distanza di secoli gli fece eco David Hilbert, affermando, come abbiamo visto, che «... le figure sono delle formule disegnate», ed aggiungendo che ben poco della Matematica del secolo XX esisterebbe se la Geometria e la Fisica non le avessero fornito i problemi stimolanti e le suggestioni per la loro soluzione.

Correnti di pensiero ancora più radicali hanno annunciato e proclamato la morte della Geometria. Ciò può forse essere abbastanza valido per la Geometria nella sua concezione classica: infatti dobbiamo accettare la legge storica ineluttabile del superamento di ogni teoria e di ogni schema mentale e scientifico che erroneamente

sia stato considerato come definitivo: noi pensiamo infatti che su questa nostra Terra ben poco vi sia di definitivo, e tra queste poche cose definitive non osiamo annoverare una teoria scientifica qualechessia. Ma pensiamo inoltre che l'intelligenza umana non possa fare a meno della immaginazione, anche se questa deve essere diretta e dominata dalla critica e dalla logica. Pertanto abbiamo una certa riluttanza a sottoscrivere una sentenza di morte di una branca della Matematica che — a nostro parere — realizza una sintesi ineliminabile di immaginazione e di deduzione logica.

10. - Penso che sia giunto per me il momento di finire; e lo faccio non perchè mi manchino altre cose da dire, altri ricordi da rievocare; ma non posso evitare di confessare l'imbarazzo che si prova nel dover constatare che si è passati vicino ad una grande personalità forse senza saper trarre da questa frequentazione tutto il bene e tutto il profitto che si sarebbe dovuto ottenere. Ma io spero che l'affetto vero e sincero, l'ammirazione, e la meditazione sulle opere dei nostri maestri possano servire a chi vuole raccoglierne l'eredità spirituale e proseguire il cammino (spesso lungo e faticoso) che essi hanno tracciato.

In altra occasione, parlando del Maestro, ho accennato alla insegna che è scritta sulla tomba dei Chisini, nel cimitero del loro paese d'origine. Tale insegna recita:

« ... palmas in manibus eorum »

Quando ho parlato non sapevo, o non ricordavo, che è questa una frase della Bibbia, e precisamente del libro dell'Apocalisse (VII, 9), laddove il Profeta descrive la sua visione degli eletti. E veramente Oscar Chisini fu uno tra questi, quando si abbia riguardo alle doti intellettuali e morali.

Questo mi piace ricordare di lui, che abbiamo avuto come guida, aiuto ed esempio: l'aderenza alla propria vocazione di ricerca, la dedizione alla scienza ed alla scuola sono cose che non passano di moda, che non soggiacciono al destino inesorabile della morte: sono, a mio parere, il segno dello spirito che domina e sopravvive alle vicende della storia ed alla corruzione della carne.

SUMMARY. — The personality of Oscar Chini is recalled; in particular it is shown how the uncommon qualities of his mind, both in the creative process and in criticism, are well apparent in his work.

